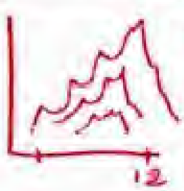
STATISTIQUES DESCRIPTIVES

SERIES CHRONOLOGIQUES

DEFINITION

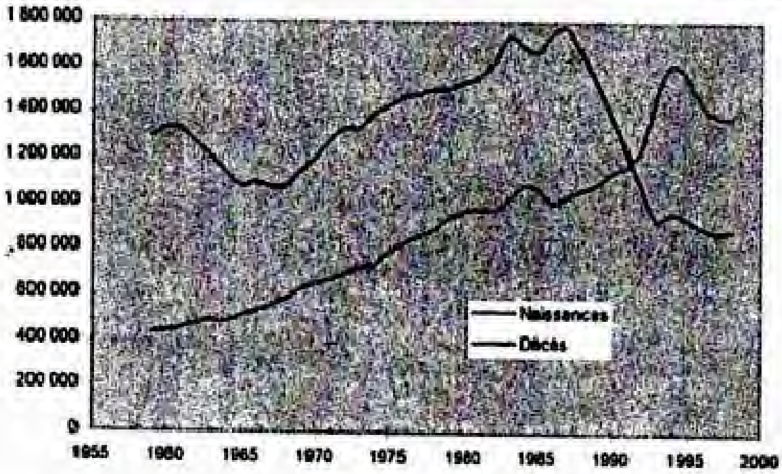
- Lorsqu'on relève les valeurs d'une variable à certains intervalles de temps (heures, jours, mois, etc.), on obtient une série chronologique.
- Une série chronologique est une série statistique dans laquelle les valeurs du caractère sont fonction du temps. L'étude d'une telle série consiste à dégager des propriétés essentielles.



supperposé

ETUSUP .com

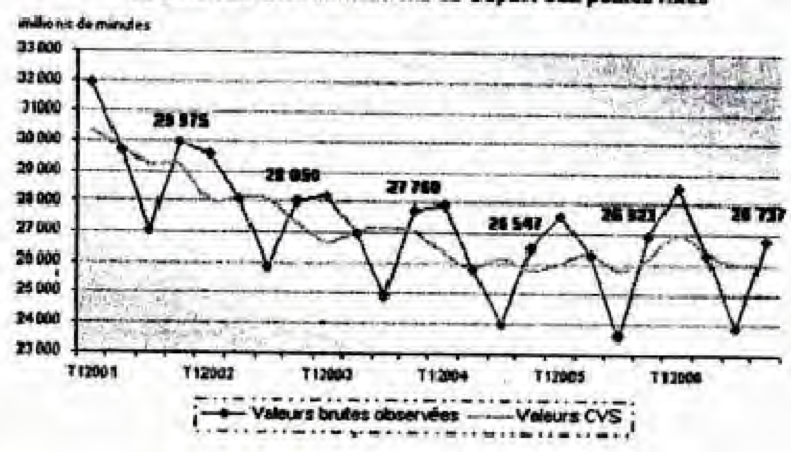
EXEMPLE



Naissances et Décès en Russie depuis 1959

EXEMPLE

Volume des communications au départ des postes fixes



L'objectif des prévisions

- **Marketing**, qui développe des prévisions de ventes utilisées pour la planification à moyen et long terme.

- **Gestion de production**, qui développent et utilisent les prévisions pour la prise de décisions telles que déterminer les besoins en stocks, planifier les besoins en capacité à long terme et déterminer la demande totale à satisfaire et à la faire connaître au moment voulu et selon des formes précises aux gestionnaires concernés (production ou Marketing)

Techniques de prévision

- Méthodes qualitatives

- Méthodes quantitatives

ETUSUP .com

Méthodes qualitatives

Dans quelles circonstances les méthodes qualitatives sont-elles appropriées?

- si aucune donnée chiffrée n'est disponible.
- si les données passées sont non fiables.
- s'il y a des changements majeurs dans les valeurs et les comportements qui empêchent l'utilisation des données existantes.

Quelles sont les méthodes qualitatives?

1. Étude de marché
2. Prévisions visionnaires
3. Méthodes Delphi
4. Analogie historique

ETUSUP .com

Méthodes quantitatives

Deux types de méthodes:

1- Méthodes causales

2- Méthodes des séries chronologiques

1. Méthodes causales

Utilisées pour mettre en relation les facteurs explicatifs qui influencent l'évolution d'une variable à prévoir.

- Exemples: population, localisation géographique, niveau d'éducation, âge, etc.

Méthodes des séries chronologiques

- Elles s'intéressent aux liens entre les valeurs passées de la variable à prévoir.

- Elles s'intéressent à la construction d'un modèle mathématique basé sur l'évolution passée de la variable.

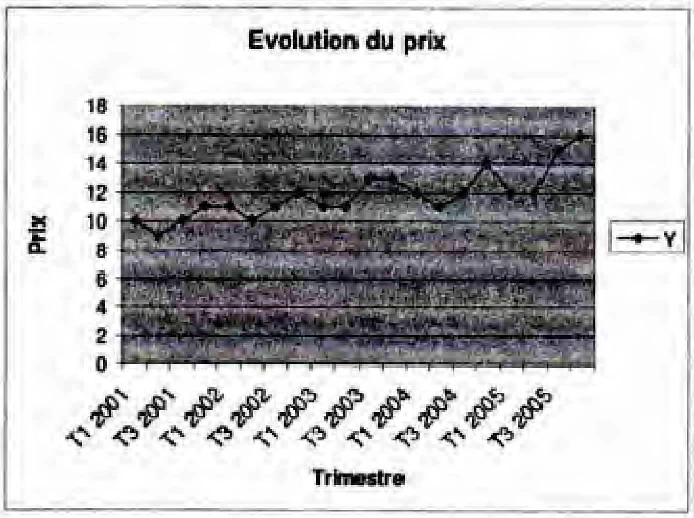
Les composantes d'une série chronologique

- **Tendance** :
  - Elle caractérise le comportement sur de longues périodes
- **Saisonnalité** :
  - Variation régulière qui se répète périodiquement (congés..)
- **Cycle** :
  - Évolution qui s'étale sur plusieurs années (cycle de vie des produits, des conditions économiques, politiques, etc.)
- **Aléatoire** :
  - Variations imprévisibles (grève...)

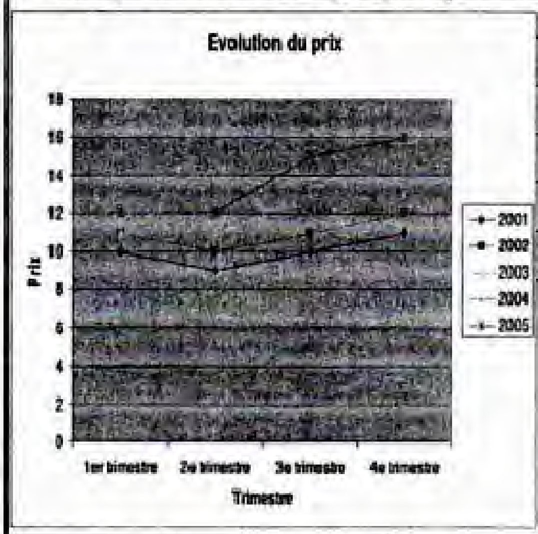
ETUSUP .com

ETUDE D'UNE SERIE CHRONOLOGIQUES:
Représentation graphique générale

Date	Y
T1 2001	10
T2 2001	9
T3 2001	10
T4 2001	11
T1 2002	11
T2 2002	10
T3 2002	11
T4 2002	12
T1 2003	11
T2 2003	11
T3 2003	13
T4 2003	13
T1 2004	12
T2 2004	11
T3 2004	12
T4 2004	14
T1 2005	12
T2 2005	12
T3 2005	15
T4 2005	16



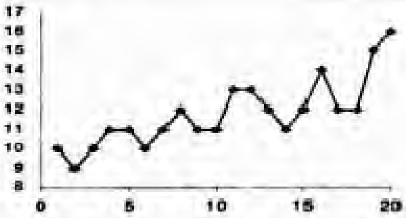
ETUDE D'UNE SERIE CHRONOLOGIQUES:
Représentation graphique en courbes superposées

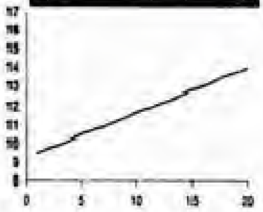


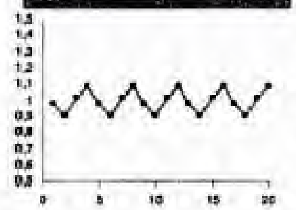
	2001	2002	2003	2004	2005
1er trimestre	10	11	11	12	12
2e trimestre	9	10	11	11	12
3e trimestre	10	11	13	12	15
4e trimestre	11	12	13	14	16

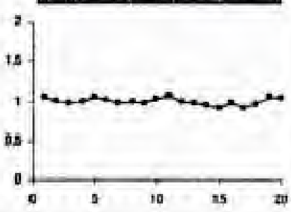
ETUDE D'UNE SERIE CHRONOLOGIQUE: LES COMPOSANTES

Y = série initiale



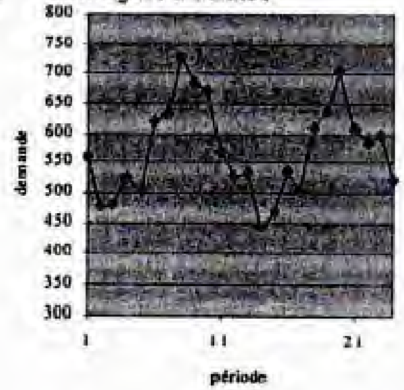




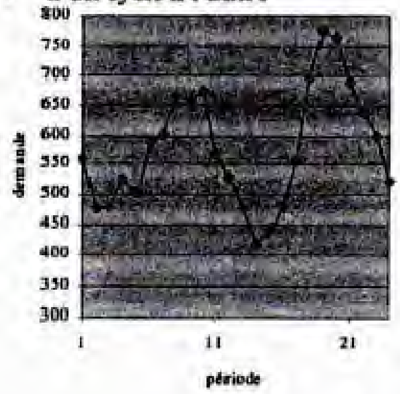


EFFETS SAISONNIERS ADDITIFS ET MULTIPLICATIFS

- L'effet saisonnier est le même d'un cycle à l'autre



- L'effet saisonnier est amplifié d'un cycle à l'autre

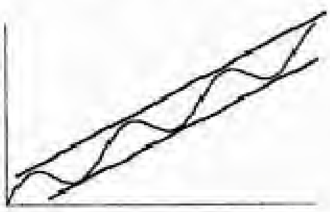


Modèles

- modèle additif
  - $y_t = T_t + C_t + S_t + R_t$
- modèle multiplicatif
  - $y_t = T_t \times C_t \times S_t \times R_t$

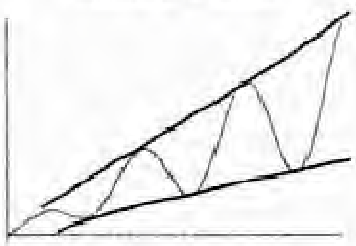
MODELES DE DECOMPOSITION

Modèle additif



$Y = T + S + A$

Modèle multiplicatif



$Y = T\ S\ A$

ETUDE DE LA SERIE CHRONOLOGIQUE: LA TENDANCE

Deux méthodes sont utilisées pour définir la tendance d'une série chronologique:

- Méthode de régression linéaire
- Méthode des moyennes mobiles

ETUDE DE LA SERIE CHRONOLOGIQUE: LA TENDANCE- Méthode de régression linéaire-

Il s'agit de faire un lissage du nuage des points par une fonction connue.

Lorsque le nuage est linéaire on utilise la droite de régression de y en fonction du temps

T = tendance

Avantages:

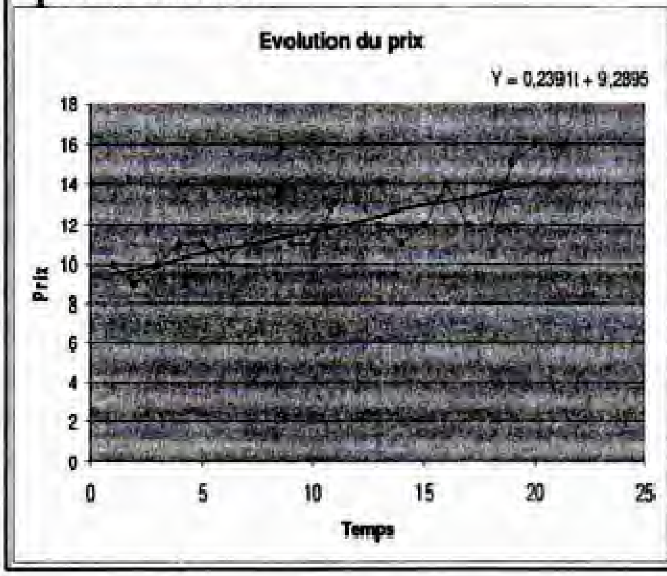
Expression analytique

Inconvénients:

Un nuage ne se présente pas toujours sous une forme analytique simple

Le calcul de la tendance peut être affecté par des valeurs extrêmes ou par les valeurs de début et de fin de série.

Reprenons l'exemple précédent:



Date	T: temps	Y
T1 2001		10
T2 2001	2	9
T3 2001	3	10
T4 2001	4	11
T1 2002	5	11
T2 2002	6	10
T3 2002	7	11
T4 2002	8	12
T1 2003	9	11
T2 2003	10	11
T3 2003	11	13
T4 2003	12	13
T1 2004	13	12
T2 2004	14	11
T3 2004	15	12
T4 2004	16	14
T1 2005	17	12
T2 2005	18	12
T3 2005	19	15
T4 2005	20	16

ETUDE DE LA SERIE CHRONOLOGIQUE: LA TENDANCE- Méthode des moyennes mobiles-

- Afin d'éliminer ou d'amortir les mouvements cycliques, saisonniers et accidentels, on utilise la technique des moyennes mobiles centrées. On procède au lissage de la courbe.
- Le principe de cette méthode est de construire une nouvelle série obtenue en calculant des moyennes arithmétiques successives de longueur **p** fixe à partir des données originales.

Exemple

- le tableau ci-dessous contient des mesures d'un phénomène relevées à 9 instants différents

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9
4	6	5	3	7	5	4	3	6

- Si nous calculons les moyennes mobiles d'ordre 3, nous obtenons les valeurs suivantes :

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9
4	6	5	3	7	5	4	3	6
	5.00	4.67	5.00	5.00	5.33	4.00	4.33	

Exemple: Suite

- En choisissant p pair, nous sommes confrontés au problème d'abscisse.

  On calcule les moyennes mobiles d'ordre 4 de la manière suivante :

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9
4	6	5	3	7	5	4	3	6
		4.88	5.13	4.88	4.75	4.63		

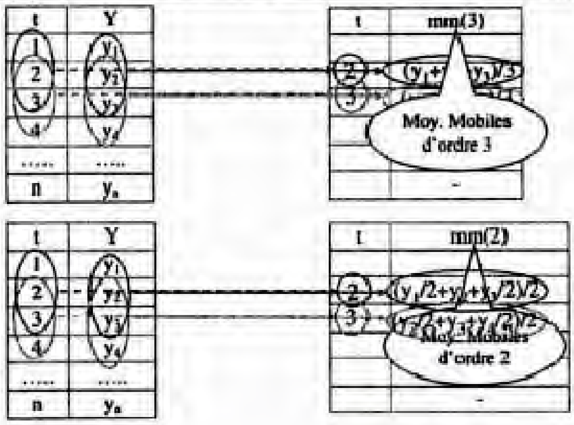
- Le calcul de t3 se fait comme suit:

$$t_3 = \frac{4.\frac{1}{2}+6+5+3+7.\frac{1}{2}}{4} = \frac{39}{8} = 4.875$$

ETUDE DE LA SERIE CHRONOLOGIQUE:
LA TENDANCE- Méthode des moyennes mobiles-

Moyennes mobiles d'ordre impair

Moyennes mobiles d'ordre pair.
On utilise une observation supplémentaire



ETUDE DE LA SERIE CHRONOLOGIQUE:
LA TENDANCE- Méthode des moyennes mobiles-

Choix de l'ordre des moyennes mobiles : égal au nombre de saisons

Avantages du lissage par moyennes mobiles :

Permet de se faire une idée de la tendance lorsque le nuage

ne présente pas une tendance algébrique claire

Inconvénients:

La tendance est estimée sur une partie de la période étudiée et non sur la totalité

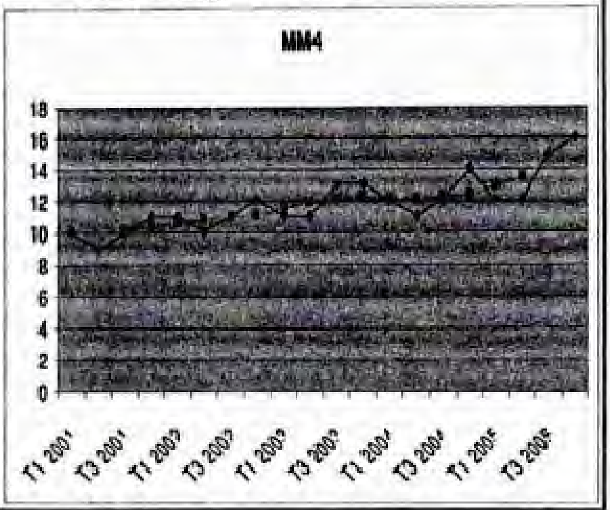
Ne donne pas une expression analytique de la tendance en fonction du temps

Approximation pas très bonne lorsqu'il y a de fortes courbures

Sensible aux valeurs extrêmes

Date	Y	
T1 2001	10	
T2 2001	9	
T3 2001	10	10,125
T4 2001	11	10,375
T1 2002	11	10,625
T2 2002	10	10,875
T3 2002	11	11
T4 2002	12	11,125
T1 2003	11	11,5
T2 2003	11	11,875
T3 2003	13	12,125
T4 2003	13	12,25
T1 2004	12	12,125
T2 2004	11	12,125
T3 2004	12	12,25
T4 2004	14	12,375
T1 2005	12	12,875
T2 2005	12	13,5
T3 2005	15	
T4 2005	16	

Revenons à l'exemple précédent: puisque le nombre de saisons par année est égal à 4, on calcule la tendance par les MM4



ETUDE DE LA SERIE CHRONOLOGIQUE:

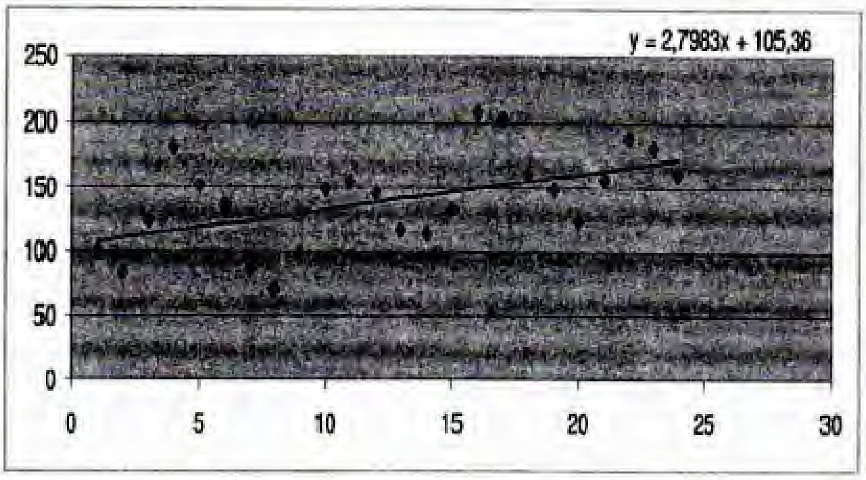
Mesure de l'influence saisonnière en se rapportant à la tendance par régression linéaire

Exemple:

Voici les variations mensuelles des ventes pour deux années consécutives (C.A. exprimé en milliers d'euros).

Mois	Jan	Fév	Mar	Avr	Mai	juin	juil	aoû	sept	oct	nov	déc
2008	100	84	125	180	152	137	86	70	98	149	154	145
2009	117	114	133	207	201	160	148	124	156	188	180	160

Cherchons l'équation de la Tendance par la méthode des moindres carrées



Calcul des rapports au Trend

T	Yi	Yi (trend)	Yi/Yitrend	T	Yi	Yi (trend)	Yi/Yitrend
1	100	108,16	0,92	13	117	141,74	0,83
2	84	110,96	0,76	14	114	144,54	0,79
3	125	113,75	1,10	15	133	147,33	0,90
4	180	116,55	1,54	16	207	150,13	1,38
5	152	119,35	1,27	17	201	152,93	1,31
6	137	122,15	1,12	18	160	155,73	1,03
7	86	124,95	0,69	19	148	158,53	0,93
8	70	127,75	0,55	20	124	161,33	0,77
9	98	130,54	0,75	21	156	164,12	0,95
10	149	133,34	1,12	22	188	166,92	1,13
11	154	136,14	1,13	23	180	169,72	1,06
12	145	138,94	1,04	24	160	172,52	0,93

Coefficients de saisonnalité

Mois	2008	2009	Coeff saisonn
1	0,9246	0,825	0,88
2	0,7571	0,789	0,77
3	1,0989	0,903	1,00
4	1,5444	1,379	1,46
5	1,2735	1,314	1,29
6	1,1216	1,027	1,07
7	0,6883	0,934	0,81
8	0,5480	0,769	0,66
9	0,7507	0,950	0,85
10	1,1174	1,126	1,12
11	1,1312	1,061	1,10
12	1,0436	0,927	0,99

- La somme des coefficients de saisonnalité est égale à 12.
- Dans le cas où la somme est différente de 12 on doit la ramener à 12 et ceci en multipliant chaque coefficient par (12/ somme trouvée).
- On obtient alors les coefficients de saisonnalité corrigés

Calcul des prévisions

- Pour prévoir le C.A pour le 1er trimestre de l'année 2010 on suppose qu'à court et moyen terme il y'aura la même tendance et que les mêmes variations saisonnières continueront.

ETUSUP .com

Exemple: Suite

Mois	Classement	Tendance	Coefficient	Prévision
Année 2010		générale	saisonnalité	pour le C.A
Janvier	25	175,31	0,88	154,27
Février	26	178,11	0,77	137,14
Mars	27	180,91	1	180,91

- Dans ces prévisions on néglige les aléas
- En divisant les valeurs bruts de la série par les coefficients de saisonnalité de la période correspondante on construit ce qu'on appelle série chronologique désaisonnalisée.
- Dans beaucoup de situations il est préférable de travailler sur des données qui ne sont pas affectées par un mouvement saisonnier.

ETUDE DE LA SERIE CHRONOLOGIQUE:

Mesure de l'influence saisonnière en se rapportant aux moyennes mobiles centrées

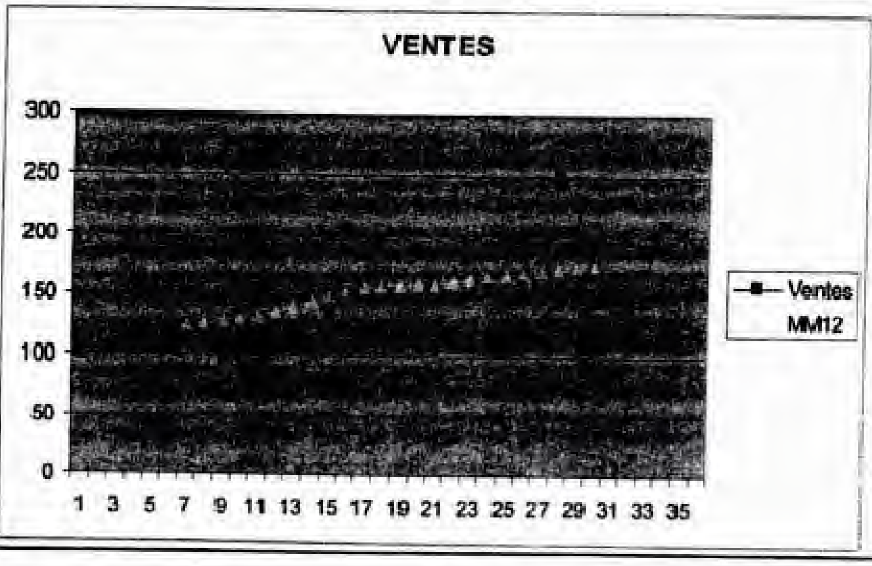
- Exemple

Voici les variations mensuelles des ventes pour trois années consécutives (C.A. exprimé en milliers d'euros).

Mois	Jan	Fév	Mar	Avr	Mai	juin	juil	aoû	sept	oct	nov	déc
2008	100	84	125	180	152	137	86	70	98	149	154	145
2009	117	114	133	207	201	160	148	124	156	188	180	160
2010	122	120	147	250	225	175	163	139	170	210	202	190

ETUDUP .com

La représentation graphique de la série chronologique et la courbe lissée MM12



Calcul des coefficients saisonniers

Y': MM12	Jan	Fév	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
2008							124,04	126,00	127,58	129,04	132,21	135,21
2009	138,75	143,58	148,25	152,29	155,00	156,71	157,54	158,00	158,83	161,21	164,00	165,63
2010	166,88	168,13	169,33	170,83	172,67	174,83						

On calcule les moyennes mobiles d'ordre le nombre de saisons par année, pour ensuite calculer les rapports des données historiques aux MM12

ETUSUP .com

Calcul des coefficients saisonniers

2008							0,69	0,56	0,77	1,15	1,16	1,07
2009	0,84	0,79	0,90	1,36	1,30	1,02	0,94	0,78	0,98	1,17	1,10	0,97
2010	0,73	0,71	0,87	1,46	1,30	1,00						
Coeffi saisonn	0,79	0,75	0,88	1,41	1,30	1,01	0,82	0,67	0,88	1,16	1,13	1,02
Coeff saison corrigés	0,80	0,77	0,90	1,43	1,32	1,03	0,83	0,68	0,89	1,18	1,15	1,03

La somme des coefficients de saisonnalité est égale à 11. 818 or elle doit être égale à 12. Pour la ramener on multiplie chaque valeur par 12/11.818; on obtient alors les coefficients de saisonnalité corrigés.

Calcul des prévisions

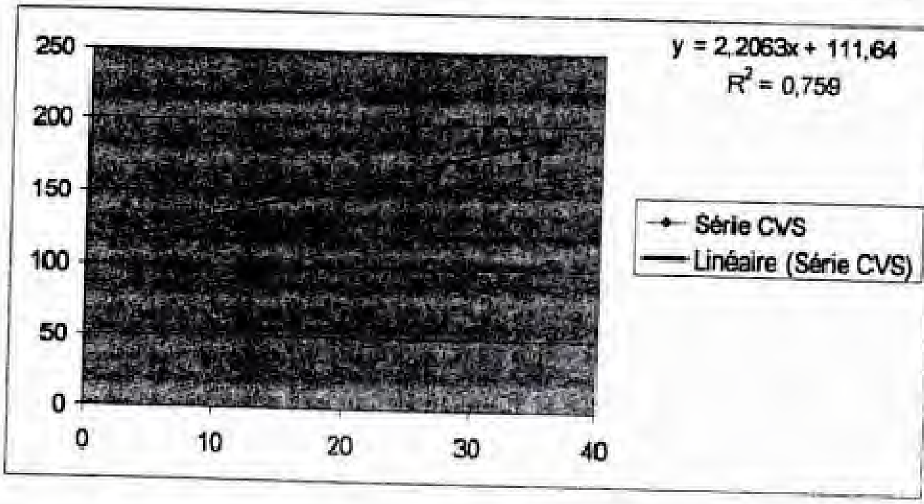
- Pour prévoir les ventes pour le 1er trimestre de l'année 2011 on suppose qu'à court et moyen terme il y'aura la même tendance et que les mêmes variations saisonnières continueront.
- On calcule la tendance en se basant sur les données de la série chronologique désaisonnalisée (CVS).

Construction de la série CVS

Année /Mois	Jan	Fév	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
2008	125,1	109,7	139,5	125,6	115,2	133,5	103,7	102,9	110,3	126,5	134,1	140,1
2009	146,4	148,9	148,4	144,4	152,3	155,9	178,5	182,2	175,6	159,6	156,7	154,6
2010	152,6	156,8	164,0	174,5	170,5	170,5	196,6	204,3	191,3	178,2	175,9	183,6

➢ On divise les valeurs réelles par les coefficients saisonniers pour Obtenir les valeurs de la série corrigée des valeurs saisonnières.
➢ La tendance utilisée dans les prévisions sera construite sur la base Des valeurs de cette série.

Représentation graphique de la série CVS et de la tendance



ETUSUP.com

Exemple: Suite

Mois Année 2011	Classement	Tendance de la CVS	Coefficient saisonnalité	Prévision pour le C.A
Janvier	37	193,262	0,8	154,61
Février	38	195,468	0,77	150,51
Mars	39	197,674	0,9	177,907

- La tendance dans ce cas est calculée sur la base des données de la série désaisonnalisée.
- Pour calculer les prévisions on néglige toujours les aléas

DETERMINATION DES COMPOSANTES SAISONNIERES: Cas général

Rapports $Y/T = S.A$

Différences $Y\text{-}T = S+A$

coefficients saisonniers bruts S'_j

S'_j = Moyenne des rapports de la saison j

S'_j = Moyenne des différences de la saison j

Coefficients saisonniers corrigés S_j

$S_j = S'_j / \overline{S'}$

$S_j = S'_j - \overline{S'}$

Rque: cette transformation permet de respecter le principe de conservation des aires

$\overline{S} = 1$

$\overline{S} = 0$

DETERMINATION DE LA COMPOSANTE ALEATOIRE

[illegible]

$$A = \frac{Y}{T.S}$$

[illegible]

$$A = Y - T - S$$

DESAISONNALISATION

Y_{CVS} = **série désaisonnalisée ou Corrigée des Variations Saisonnières, exprime ce qu'aurait été l'évolution du phénomène sans effet saisonnier.**

[illegible]

$$Y_{CVS} = \frac{Y}{S}$$

[illegible]

$$Y_{CVS} = Y - S$$

ETUSUP .com

CALCUL DES PREVISIONS

CALCUL DE LA TENDANCE:

- Régression linéaire de Y sur le temps t [redacted]
- Moyennes mobiles

Régression linéaire de Y_{CVS} sur le temps t [redacted]

Prévision à la date future t, correspondant à la saison j:

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

Autres méthodes de prévisions
Lissage simple: Moyenne mobile

Méthode:

À partir d'un ensemble de valeurs observées, on calcule leur moyenne et on utilise la moyenne comme prévision de la prochaine période.

ETUSUP .com

Remarques:

- Pour calculer la moyenne mobile, il faut disposer des valeurs des «N» dernières observations.
- Cette méthode donne un poids égal à chacune des «N» dernières valeurs de la série, et un poids égal à zéro aux valeurs observées avant.

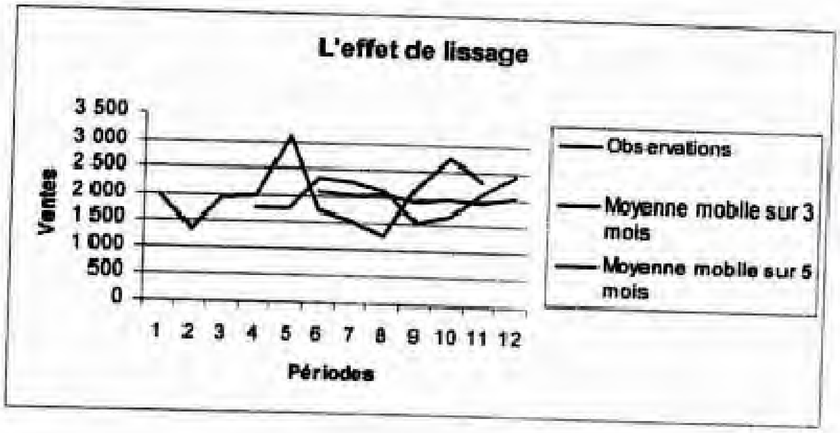
Exemple de moyenne mobile

Table 1

Prévision de la demande de couteau				
1	2	3	4	5
2002	Périodes	Observations	Prévision	Prévision
Mois		de la demande	moyenne mobile de 3 mois	moyenne mobile de 5 mois
Janvier	1	2000		
Février	2	1350		
Mars	3	1950		
Avril	4	1975	1767	
Mai	5	3100	1758	
Juin	6	1750	2342	2075
Juillet	7	1550	2275	2025
Août	8	1300	2133	2065
Septembre	9	2200	1533	1935
Octobre	10	2770	1683	1380
Novembre	11	2350	2090	1915
Décembre	12		2440	2034

ETUSUP.com

Effet de lissage visualisé



Lissage exponentiel

- Le lissage exponentiel utilise toutes les données passées, en donnant de moins en moins de poids aux données anciennes.
- La meilleure valeur de α peut être trouvée par essai et erreur, ou est choisie pour minimiser un certain critère(e.g. écart quadratique moyen).

ETUSUP .com

Lissage exponentiel simple

Soient

P_t = prévision au temps t.

X_t = observation au temps t.

α = facteur de pondération compris entre 0 et 1 (appelé aussi constante de lissage)

Lissage exponentiel simple

La prévision au temps P_t se calcule ainsi :

$$P_t = \alpha X_{t-1} + \alpha(1-\alpha) X_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^2 X_{t-3} + \ldots + \alpha(1-\alpha)^{n-1} X_{t-n}$$

Cette formule se réécrit sous la forme

$$P_t = \alpha X_{t-1} + (1-\alpha) P_{t-1} = P_{t-1} + \alpha (X_{t-1} - P_{t-1})$$

ETUSUP .com

Lissage exponentiel simple

Nouvelle prévision

$= \alpha \times$ dernière valeur observée

$+ (1 - \alpha) \times$ Ancienne prévision

Paramètre de lissage

Lissage exponentiel simple

Trois types de données sont nécessaires pour appliquer la méthode:

1) La prévision pour la période précédente.
2) La demande réelle pour cette même période.
3) Facteur de pondération α

ETUSUP .com

Exemple:

Une firme utilise un lissage exponentiel simple avec un coefficient α de 0,1 pour prévoir une demande. La prévision pour la première semaine de février était de 500 unités alors que la demande réelle était de 450.

On peut prévoir la demande de la 2ème semaine de Février par le lissage exponentiel:

P2=0.1x450+(1-0.1)x500=495 unités

Lissage exponentiel simple

- Si α est élevé, les valeurs réelles ont plus d'importance
- Plus α est faible plus le lissage est important

Exemple

	Xt	Pt (α = 0,1)	Pt (α = 0,3)
1	90	90.00	90.00
2	105	90.00	90.00
3	95	91.50	94.50
4	110	91.85	94.65
5	95	93.67	99.26
6	95	93.80	97.98
7	105	93.92	97.08
8	120	95.03	99.46
9	120	97.52	105.62
10	115	99.77	109.94
11	125	101.29	111.45
12	115	103.67	115.52
		104.80	115.36

Choix de la meilleure technique de prévision

Principales mesures d'erreurs

La meilleure méthode de prévision doit donner les prévisions les plus précises possibles.

Pour évaluer une méthode, on se base sur les erreurs de prévision passées.

ETUUP .com

Choix de la meilleure technique de prévision

Principales mesures d'erreurs

La meilleure méthode de prévision doit donner les prévisions les plus précises possibles.

Pour évaluer une méthode, on se base sur les erreurs de prévision passées.

Principales mesures d'erreurs

L'écart entre une donnée passée et la prévision faite par le modèle pour la période correspondante est mesuré pour s'assurer de la justesse du modèle.

Les différentes mesures que nous allons voir peuvent être évaluées pour différentes méthodes. La méthode donnant les meilleurs résultats serait la plus appropriée.

ETUUP
.com

Différentes mesures d'écart

- Écart quadratique moyen
- Écart absolu moyen
- Biais

Ecart quadratique moyen

L'écart quadratique moyen se calcule ainsi

[redacted]

où P_i = valeur prévue et X_i = valeur réelle.

Ecart absolu moyen

Ce type de mesure d'erreur tient compte des écarts sans égard au signe des valeurs.

L '**écart absolu moyen** se calcule ainsi

[redacted]

Biais ou erreur moyenne

- Pour le calcul du biais, les écarts tiennent compte du signe des valeurs c.à.d. négatifs ou positifs.
- Le biais devrait être près de 0.

ETUSUP .com

Biais ou erreur moyenne

Le biais se calcule ainsi

Biais ou erreur moyenne

Si le biais est > 0 ⇨ les prévisions ont tendance à dépasser les valeurs réelles.

Si le biais est < 0 ⇨ les prévisions ont tendance à être sous les valeurs réelles

$$e_t = P_t - X_t$$

ETUSUP
.com

Exemple

Considérons les données sur les ventes du modèle d'automobile Z . Les prévisions obtenues à l'aide de la méthode du lissage simple et à l'aide d'une régression linéaire sont également données.

	X	LE	Reg
1	180	180	192
2	205	180	194
3	185	200	195
4	200	188	197
5	220	198	199
6	210	216	200
7	180	211	202

Calcul d'erreurs: Lissage Exponentiel

	X	LE	e	abs(e)	e2
1	180	180	0	0	0
2	205	180	25	25	625
3	185	200	-15	15	225
4	200	188	12	12	144
5	220	198	22	22	484
6	210	216	-6	6	36
7	180	211	-31	31	961
			Biais	EMA	EQM
			1,00	15,86	353,57

ETUUP.com

Calcul d’erreurs: régression

	X	Reg	e	abs(e)	e2
1	180	192	-12	12	144
2	205	194	11	11	121
3	185	195	-10	10	100
4	200	197	3	3	9
5	220	199	21	21	441
6	210	200	10	10	100
7	180	202	-22	22	484
			Biais	EMA	EQM
			0,14	12,71	199,86

Comparaison des deux méthodes de prévision

- Par rapport à cet exemple la méthode de lissage exponentiel génère plus d’erreurs ce qui impose le choix dans ce cas de la méthode de régression pour le calcul des prévisions.

ETUSUP.com

Programmation
Informatique
Travaux Pratiques
Algébre
Chimie
Optique
Cours
Corrigés
Mathématiques
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Livres
Exercices
Mécanique
Contrôles Continus
Langues MTU
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie Travaux Dirigés
Droit
Chimie Organique

et encore plus..